

环境试验与评价

基于实用弱化缓冲算子的质量成本灰色 DGM 预测模型

王静, 董文杰, 方志耕

(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 211106)

摘要: **目的** 运用施以弱化缓冲算子的灰色 DGM 模型进行质量成本的预测。**方法** 利用积分函数去除区间型数据的不确定性, 将其转化为信息无偏的实数。进而分析质量成本和相关指标间的关联程度, 并引入二阶弱化缓冲算子对受干扰的成本时间序列进行处理, 最后建立质量成本估算预测的灰色 DGM 模型。**结果** 结合案例与常用的指数函数作比较, 结果显示, 灰色 DGM 模型对质量成本的模拟精度更高, 模拟误差可由指数模型的 1.689% 下降至 0.118%。**结论** 此模型能有效改善预测精度, 具有一定的科学性和合理性。

关键词: 质量成本; 离散灰色模型; 弱化缓冲算子; 成本预测; 指数模型

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2018.07.001

中图分类号: TJ01 **文献标识码:** A

文章编号: 1672-9242(2018)07-0001-04

DGM Prediction Model of Quality Cost Based on Practical Weakening Buffer Operator

WANG Jing, DONG Wen-jie, FANG Zhi-geng

(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

ABSTRACT: Objective To predict the quality cost with grey discrete model based on weakening buffer operator. **Methods** The integral function was used to remove the uncertainty of interval data, and transform it into an unbiased real number. By analyzing the correlation between quality cost and related factors and introducing the second-order weakening buffer operator to deal with the interference cost series, the discrete grey model was finally established to estimate the quality cost. **Results** Compared with cases and commonly used exponential function, the result showed that the simulation precision of DGM for quality cost was high. The simulation error might be reduced from 1.689% of exponential model to 0.118%. **Conclusion** This model can be used to effectively change the prediction accuracy. It has certain practicability and rationality.

KEY WORDS: quality cost; discrete grey model; weakening buffer operator; cost forecasting; exponential model

20 世纪 50 年代, Juran 在《质量管理手册》中提出关于质量成本的一般性论述, 将因不良质量产生的成本比作为“矿中黄金”^[1]。随后几年内, Feigenbaum 首次明确了质量成本的概念, 将质量成本定义为“为了确保和保证满意的质量而发生的费用以及没有达到满意的质量所造成的损失”^[2]。国内外学者关于质量成本 CoQ 模型的讨论主要有以下几种: PAF 模型^[3]、

Crosby 模型^[4]、机会成本模型^[5]、过程成本模型^[6]以及 ABC 模型^[7]。这些质量成本模型为以后对质量成本的更深入研究奠定了基础, 此后在 PAF 模型和 Juran 质量特性曲线基础上, 有学者在研究成本优化过程中, 陆续提出了最优指数函数模型、基于田口损失函数的最佳质量成本模型、基于 K. K. Govil 函数的成本优化模型、基于 Cobb-Douglas 生产函数的最

收稿日期: 2018-05-11; 修订日期: 2018-06-25

基金项目: 国家自然科学基金(71671091); 江苏高校哲学社会科学研究一般项目(2014SJD052)

作者简介: 王静(1981—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为管理科学与工程。

佳质量成本模型等^[8-11]，为质量成本和质量管理水平间关系的探讨起到了巨大的推动作用。然而，对于质量成本的预测控制研究相对较少，且较为浅显，主要集中于对成本构成科目的概念性控制和成本构成比例的一般性分析。

灰色系统理论经过30多年的发展，已经在工业、农业、能源、交通等众多领域得到了广泛应用，成功地解决了生产、生活和科学研究中的大量实际问题^[12]。灰色预测模型作为灰色系统理论的重要组成部分，以少量的系统行为特征数据为基础进行建模，通过对部分已知信息的挖掘，发现系统的特有规律，从而进行预测。考虑到质量成本核算中的不确定性影响因素及财务成本数据的动态干扰和未知可能，将不同时期下的质量成本数据作为区间数的形式加以研究。文中利用去不确定性的积分函数对区间型成本进行处理，将区间型质量成本转化为信息无偏的实数。通过分析质量成本和同时期质量水平之间的关联性，再对去不确定性后的成本时间序列加以二阶弱化，最后建立质量成本预测的离散灰色模型(DGM)。通过实例分析，验证该模型是有效和合理的。

1 模型的建立

Baatz EB 在 PAF 成本模型中，将总质量成本的构成分为预防成本(P)、鉴定成本(A)、内部故障成本(IF)和外部故障成本(OF)。由于企业运营存在着诸多不确定性因素以及质量成本存在形式的特殊性，进行质量成本分析测算的基础是进行成本的核算。

1) 区间型质量成本时间序列的形成。国内外目前对质量成本的核算尚无固定的模式，常用的方法是统计核算法和会计核算法两种。统计核算法借助于数理统计的一般原理，独立于整个核算体系之外，将质量成本发生情况完整地反映出来。会计核算法借助于会计学基本理论，对质量成本按照构成科目进行分类，将不同时期内的成本发生情况纳入到核算账户体系之中。由于隐性质量成本的估计难度高且受各方面的波动干扰，核算后的不同阶段的总质量成本以区间数的形式表示：

$$X_i = ([x_i^L(1), x_i^U(1)], [x_i^L(2), x_i^U(2)], \dots, [x_i^L(n), x_i^U(n)]) \tag{1}$$

2) 进行区间型质量成本的去不确定性处理。对

区间型数据进行关联性分析和建模都不太方便，利用去不确定性积分函数可以将区间数转化为实数，从而建立实数质量成本的时间序列。区间数 $[x_i^L(k), x_i^U(k)]$ 的连续有序加权算子为：

$$f_\rho[x_i^L(k), x_i^U(k)] = \int_0^1 \frac{d\rho y}{dy} [x_i^U(k) - y(x_i^U(k) - x_i^L(k))] dy \tag{2}$$

式中： $\rho(y)$ 为基本单位区间函数。当 $\rho(y) = y^r (r \geq 0)$ 时，区间数 $[x_i^L(k), x_i^U(k)]$ 经连续有序加权算子处理，得到去不确定性后的质量成本时间序列为：

$$Y_i = (y_i(1), y_i(2), \dots, y_i(n)) \tag{3}$$

$$\text{式中： } y_i(k) = f_\rho[x_i^L(k), x_i^U(k)]。$$

3) 质量成本和相关指标间的关联度分析。Juran 的质量特性曲线模型中，将质量成本描述为质量水平间的函数变化关系。为了深入刻画成本和质量管理水平之间的依存关系，对质量成本数据和质量水平时间序列进行关联度分析。设质量水平(常用产品合格率来表示) Z_i 为系统特征行为序列， $Z_i = (z_i(1), z_i(2), \dots, z_i(n))$ ，质量成本 Y_i 为相关因素行为序列， $Y_i = (y_i(1), y_i(2), \dots, y_i(n))$ ， $r(Y_i, Z_i)$ 为 Y_i 与 Z_i 的灰色关联度。

对于 $\zeta \in (0, 1)$ ，令：

$$\gamma(y_i(k), z_i(k)) = \frac{\min_i \min_k |y_i(k) - z_i(k)| + \zeta \max_i \max_k |y_i(k) - z_i(k)|}{|y_i(k) - z_i(k)| + \zeta \max_i \max_k |y_i(k) - z_i(k)|} \tag{4}$$

$$r(Y_i, Z_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r(y_i(k), z_i(k)) \tag{5}$$

式中： ζ 称为分辨系数，常取为0.5。

4) 用缓冲算子对质量成本进行弱化。由于历史质量成本数据往往存在一定的干扰，直接用灰色系统模型进行成本的分析预测，实际应用过程中难免会出现一些拟合精度较低的情况。为了能有效排除系统行为数据所受到的冲击扰动，可以引入弱化缓冲算子对质量成本时间序列进行弱化，减少其随机性，从而提高模型的预测精度。

定理 1^[12] 设 $X = (x(1), x(2), \dots, x(n))$ 为系统行为数据序列， $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 为对应的权重向量， $\omega_i > 0, i = (1, 2, \dots, n)$ ，令 $XD = (x(1)d, x(2)d, \dots, x(n)d)$ ，其中：

$$x(k)d = x(k) \cdot [x(k) / \frac{\omega_k x(k) + \omega_{k+1} x(k+1) + \dots + \omega_n x(n)}{\omega_k + \omega_{k+1} + \dots + \omega_n}]^\alpha = x(k) [x(k) / \frac{\sum_{i=k}^n \omega_i x(i)}{\sum_{i=k}^n \omega_i}]^\alpha \tag{6}$$

当 $\alpha < 0$ 时，对于单调增长序列或单调衰减序列， D 皆为弱化缓冲算子。

常用的弱化缓冲算子有平均弱化缓冲算子 AWBO (刘思峰, 1991)、加权平均弱化缓冲算子

WAWBO (党耀国, 刘思峰等, 2004)、加权几何平均弱化缓冲算子 WGAWBO (党耀国、刘思峰等, 2004) 等^[12]。在此处假设各个时点的质量成本权重没有差别, 用平均弱化缓冲算子对原始质量成本数据序列进行二阶弱化。

记: $Y_i = (y_i(1), y_i(2), \dots, y_i(n))$, $Y_i D = (y_i(1)d, y_i(2)d, \dots, y_i(n)d)$, $Y_i D^2 = (y_i(1)d^2, y_i(2)d^2, \dots, y_i(n)d^2)$

其中: $y_i(k)d = \frac{1}{n-k+1} [y_i(1) + y_i(2) + \dots + y_i(n)]$,
 $y_i(k)d^2 = \frac{1}{n-k+1} [y_i(1)d + y_i(2)d + \dots + y_i(n)d], k = 1, 2, \dots, n$

由定理 1 可知, 当 Y_i 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时, D 皆为一阶弱化缓冲算子, D^2 皆为二阶弱化缓冲算子。经二阶弱化后的成本时间序列可以有效剔除其中的随机影响因素, 能够用灰色预测模型进行建模。

5) 灰色 DGM 预测模型的建立。二阶弱化后的质量成本时间序列经过一次累加生成 (1-AGO) 后所得到的时间序列为 $Y_i^{(1)} D^2 = (y_i^{(1)}(1)d^2, y_i^{(1)}(2)d^2, \dots, y_i^{(1)}(n)d^2)$, 其中 $y_i^{(1)}(k)d^2 = \sum_{k=1}^n y_i(k)d^2$ 。可构造差分方程 $y_i^{(1)}(k+1)d^2 = \beta_1 y_i^{(1)}(k)d^2 + \beta_2$, 其通解为:

$$y_i^{(1)}(k)d^2 = C\beta_1^{k-1} + \frac{\beta_2}{1-\beta_1}, k = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

其中 C 为任意常数, 可根据初始条件确定。

当 $k=1$ 时, 取 $y_i^{(1)}(1)d^2 = y_i(1)d^2$, 则 $C = y_i(1)d^2 - \frac{\beta_2}{1-\beta_1}$ 。把上述差分方程的解作为时间响应式, 可得质量成本的白化预测函数为:

$$\hat{y}_i(k)d^2 = \left(y_i(1)d^2 - \frac{\beta_2}{1-\beta_1} \right) \beta_1^{k-1} + \frac{\beta_2}{1-\beta_1} \quad (8)$$

参数列 $\hat{\beta} = [\beta_1, \beta_2]^T$ 满足 $\hat{\beta} = (B^T B)^{-1} B^T Y$, 其中:

$$B = \begin{bmatrix} y_i^{(1)}(1)d^2 & 1 \\ y_i^{(1)}(2)d^2 & 1 \\ \dots & \dots \\ y_i^{(1)}(n-1)d^2 & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} y_i^{(1)}(2)d^2 \\ y_i^{(1)}(3)d^2 \\ \dots \\ y_i^{(1)}(n)d^2 \end{bmatrix}$$

6) 质量成本的预测和分析。质量成本是一种机会成本, 不局限于已经发生的经济活动, 而应着重于分析预测可能或应当发生的各类活动, 以便管理者进行决策。灰色 DGM 预测模型的成本模拟数据序列为: $\hat{Y}_i = (\hat{y}_i(1), \hat{y}_i(2), \dots, \hat{y}_i(n))$ 。为验证模型预测效果, 需对模型精度进行检验, 这里主要借助于二阶弱化后的序列与模拟值之间的残差平方和 s 以及平均相对误差 $\bar{\Delta}$ 。其中:

$$s = [\hat{y}_i(k) - y_i(k)d^2] \cdot [\hat{y}_i(k) - y_i(k)d^2]^T,$$

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \frac{\hat{y}_i(k) - y_i(k)d^2}{y_i(k)d^2} \right|。$$

结合现有研究, 对于平均相对误差 $\bar{\Delta}$, 以 3% 作为其控制临界值。当 $\bar{\Delta}$ 低于 3% 时, 可以用灰色 DGM 模型进行质量成本的总体预测, 再结合企业运营环境对成本数据进行分析, 并提出相应可靠的支持决策的可行性分析报告, 最终为企业成本的控制提供有效的建议, 以便企业获得更高的经济效益。当 $\bar{\Delta}$ 高于 3% 时, 可再次对去不确定性后的质量成本时间序列进行弱化再建立相应预测模型。

2 实例对比

为便于比较, 采用文献[13]中的算例。通过对成本数据的核算, 汇总得到某公司产品某段时期内的质量成本和产品良率之间的相关资料, 见表 1。经过对成本数据的处理, 建立去不确定性后的质量成本时间序列: $Y_i = (13.45, 12.9, 12.37, 12.41, 13.18, 13.73)$ 。

表 1 质量成本数据统计

产品良率/%	0.56	0.61	0.69	0.74	0.84	0.89
保证成本/千元	5.47	5.83	6.29	7.21	8.86	10.17
故障成本/千元	7.98	7.07	6.08	5.2	4.32	3.56
质量总成本/千元	13.45	12.9	12.37	12.41	13.18	13.73

1) 以产品良率作为系统特征行为序列: $X_i = (0.56, 0.61, 0.69, 0.74, 0.84, 0.89)$ 。取分辨系数 ζ 为 0.5, 则序列 X_i 与 Y_i 间的灰色关联度 $r(X_i, Y_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r(x_i(k), y_i(k)) = 0.8827$, 说明质量成本随产品良率变化相关关系显著。

2) 以成本时间序列 $Y_i = (13.45, 12.9, 12.37, 12.41, 13.18, 13.73)$ 作为原始数据序列, 为了排除随机误差的

干扰, 用二阶平均弱化缓冲算子 D^2 对其进行弱化, 建立弱化后的质量成本时间序列 $Z_i = (13.19, 13.23, 13.3, 13.43, 13.59, 13.73)$ 。

3) 以序列 Z_i 为基础进行灰色 DGM 建模, 得到相应的时间响应函数:

$$\hat{z}_i(k) = 1362.26 \cdot 1.009689^{k-1} - 1349.07$$

4) 将预测数据与原始数据进行对比, 得到模拟误差表 2。残差平方和 $s = \varepsilon \varepsilon^T = 0.002$, 平均相对误差

$$\bar{\Delta}_1 = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 \Delta_k = 0.118\%$$

$$\frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 \Delta_k = 1.689\%$$

5) 文献[13]中建立的指数函数模型为 $Q(x) = 1.83 \cdot 6.58^x + 30.16 \cdot 0.09^x$ ，其误差模拟见表3。

残差平方和 $s = \varepsilon\varepsilon^T = 0.416$ ，平均相对误差 $\bar{\Delta}_2 =$

经过两种模型的残差平方和以及平均相对误差对比可知，经二阶弱化后的质量成本数据建立起来的灰色 DGM 预测模型，模拟精度得到了明显提升，可用于质量成本的优化计算。

表2 灰色 DGM 模型模拟误差

序号	1	2	3	4	5	6
原始数据 z_i	13.19	13.23	13.3	13.43	13.59	13.73
模拟数据 \hat{z}_i	13.19	13.199	13.327	13.456	13.586	13.718
残差 ε	0	-0.027	0.023	0.025	-0.006	-0.012
相对误差 $\Delta/\%$	0	0.208	0.175	0.189	0.045	0.088

表3 指数模型模拟误差

产品良率	0.56	0.61	0.69	0.74	0.84	0.89
原始数据 z_i	13.45	12.9	12.37	12.41	13.18	13.73
模拟数据 \hat{z}_i	13.087	12.718	12.441	12.455	12.898	13.325
残差 ε	-0.363	-0.182	0.071	0.045	-0.282	-0.405
相对误差 $\Delta/\%$	2.700	1.413	0.572	0.359	2.141	2.949

3 结语

该研究阐释了灰色 DGM 质量成本预测模型的建模拟制和验证机理，主要创新点有：根据成本特性和职能，把质量成本作为区间型数据进行处理，一定程度上解决了成本核算中的某些假定性因素；质量成本和质量水平等相关指标间的相互关系可以通过关联度分析进行验证，经过数据积累和系统的比较分析可以发现其中的一定规律；引入一定形式的实用缓冲算子对质量成本数据进行弱化，可以剔除某些未知性干扰，明显提高模型预测精度。

预测的目的是为了对企业质量成本进行更好的控制，而成本的有效控制和管理则是企业正常资金流的重要保证。成本控制贯穿于企业运营的始终，必须建立长久有效的核算体系，加强成本核算的科学性和合理性^[14-16]。同时，在进行成本预测和控制的过程中，必须考虑各方面的不确定性未知因素，只有这样才能使预测更具可行性，为企业质量成本的管理提供更多实际的指导意义。

参考文献：

[1] JURAN J M. Quality Control Handbook[M]. New York: McGraw-Hill, 1951.
 [2] FEIGENBAUM A V. Total Quality Control[J]. Harvard Business Review, 1956, 34(6): 101-104.
 [3] BAATZ E B. What is Return on Quality, and Why You Should Care[J]. Electronic News, 1992(10): 60.
 [4] BEMOWSKI K. The Benchmarking Bandwagon[J]. Quality Progress, 1991, 24: 8.

[5] BOHAN G P, HORNEY F N. Pinpointing the Real Cost of Quality in a Service Company[J]. National Productivity Review, 1991, 10(3): 309.
 [6] BURGESS T F. Modeling Quality-cost Dynamics[J]. International Journal of Quality & Reliability Management, 1997, 13(3): 8.
 [7] BOTTORFF D L. CoQ Systems: The Right Stuff[J]. Quality Progress, 1997(3): 33.
 [8] OPPERMAN M, SAUER W, WOHLRABE H. Optimization of Quality Costs[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2004, 19: 135-140.
 [9] ALBRIGHT T L, ROTH H P. The Measurement of Quality Costs: An alternative Paradigm[J]. Accounting Horizons, 1992, 6(2): 115-120.
 [10] KULKARNI S. Prybutok, Process Investment and Loss Functions: Models and Analysis[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 157(1): 56-62.
 [11] KULKARNI S. Loss-based Quality Costs and Inventory Planning: General Models and Insights[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 188(2): 80-86.
 [12] 刘思峰. 灰色系统理论及其应用[M]. 第八版. 北京: 科学出版社, 2017.
 [13] 支蓉蓉. 质量成本建模及优化研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2007.
 [14] 董文杰, 刘思峰, 方志耕, 等. 贫信息背景下朱兰质量成本灰色 GM(1,1)测算模型[J]. 数学的实践与认识, 2017, 47(9): 84-90.
 [15] DONG W, LIU S, FANG Z, et al. Control and Optimization of Quality Cost Based on Discrete Grey Forecasting Model[C]// International Conference on Grey Systems and Intelligent Services. Stockholm, Sweden, 2017.
 [16] DONG Wen-jie, LIU Si-feng, FANG Zhi-geng, et al. Study of a Discrete Grey Forecasting Model Based on the Quality Cost Characteristic Curve[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2017, 7(3): 376-384.