

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.20220420005

基于岩腔后退的危岩断裂破坏分析——以重庆市万州区太白岩危岩为例*

周云涛^{1,2}, 蔡强^{1,2}, 谢忠胜^{1,2}, 梁炯^{1,2}

(1. 中国地质科学院探矿工艺研究所, 四川 成都 611734; 2. 自然资源部地质灾害风险防控工程技术创新中心, 四川 成都 611734)

摘要: 硬质岩体危岩的突发性破坏本质是岩体的脆性断裂破坏。以重庆市万州区太白岩危岩为例, 将危岩后缘卸荷裂隙的扩展贯通简化为半无限大板的边缘裂纹断裂问题, 建立了卸荷结构面接触与非接触的裂纹断裂力学模型, 推导了I型裂纹、II型裂纹应力强度因子以及联合应力强度因子表达式, 并基于数值模拟手段提出了危岩结构面正应力与剪应力确定方法。万州太白岩危岩W10断裂破坏分析结果表明: 危岩崩塌失稳受控于岩腔的深度, 岩腔深度加大, 后缘卸荷裂隙扩展, 其力学机制根据岩腔深度变化表现为拉破坏和拉剪破坏; 对于危岩W10, 裂纹联合应力强度因子随岩腔深度的增大表现出先增加后降低再增大的趋势, I型裂纹断裂应力强度因子具有与联合应力强度因子相同的变化特征; 岩腔深度3~6 m以及9~10 m内, 危岩裂纹主要为拉应力集中状态; 岩腔深度6~9 m时, 危岩裂纹处于拉剪应力状态; 当岩腔深度为3.8 m时, 危岩W10发生拉剪断裂破坏, 断裂扩展角为29.5°。

关键词: 断裂力学模型; 应力强度因子; 断裂判据; 危岩; 岩腔

中图分类号: P642.21; O346.1+1; X935 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-2132(2023)01-0138-11

Fracture Failure Analysis of Unstable Rocks Due to Rock-Cell Retreating—A Case Study of Unstable Rocks in Taibaiyan, Wanzhou District, Chongqing Municipality, China

ZHOU Yuntao^{1,2}, CAI Qiang^{1,2}, XIE Zhongsheng^{1,2}, LIANG Jiong^{1,2}

(1. Institute of Exploration Technology CAGS, Chengdu 611734, China; 2. Technology Innovation Center for Risk Prevention and Mitigation of Geohazard, Ministry of Natural Resources, Chengdu 611734, China)

Abstract: The nature of sudden failure of unstable hard rock is brittle fracture. Taking unstable rocks in Taibaiyan, Wanzhou District, Chongqing Municipality, China, as an example, this paper simplified the extension and connection of unloading cracks at the back edge of unstable rock as the edge crack fracture of semi-infinite plate. Then it established the mechanical models of crack fracture, and deduced expressions of stress intensity factors and unite stress intensity factors for model-I crack and model-II crack. Calculation methods of normal stress and shear stress at structural surface of unstable rocks were

* 收稿日期: 2022-04-20; 修回日期: 2022-06-02

基金项目: 国家重点研发计划专项课题(2019YFC1509904)、中国地质调查项目(DD20221745)资助

作者简介: 周云涛(1988—), 男, 工程师, 博士。主要从事地质灾害减灾机理与防控技术研究。

E-mail: zhouyuntao_13@sina.com

proposed using numerical simulations. This fracture failure of unstable rock W10 was analyzed, and it can be concluded that unstable rock collapse was controlled by rock-cell depth. When the depth of the rock-cell increased, the unloading fissure at the back edge expanded, and its mechanical mechanisms were tensile failure and tensile shear failure according to the variation of the depth of the rock-cell. For unstable rock W10, the unite stress intensity factor first increased, then decreased and finally increased with rock-cell depth increasing, and the stress intensity factor for model-I crack had the same characteristics as the unite stress intensity factor. When the rock-cell depth was 3-6 m and 9-10 m, crack fracture failure was controlled by concentration tension stress. When the rock-cell depth was 6 meters to 9 meters, crack fracture failure was controlled by concentration tension-shear stress; when the rock-cell depth was 3.8 m, unstable rock W10 collapsed and its extension angle was 29.5° .

Keywords: mechanical model of fracture; stress intensity factor; fracture criterion; unstable rock; rock-cell

0 引言

危岩是指由多组岩体结构面切割并位于陡崖或陡坡上稳定性较差的岩石块体及其组合。根据失稳模式,可将危岩分为滑塌式危岩、倾倒式危岩和坠落式危岩三类。多数学者认为,硬质岩体危岩的破坏本质是岩体的脆性断裂破坏^[1-2],即危岩体后缘卸荷裂隙的扩展贯通。因此,研究危岩的断裂破坏问题对于揭示危岩突发性破坏机理具有积极意义。

在现有危岩断裂力学模型中,均将危岩后缘卸荷裂隙的扩展贯通简化为半无限大板的边缘裂纹断裂问题^[3-5]。1973年,R. J. Hartranft等^[6]提出了半无限大板的边缘裂纹问题的数值模拟方法,但尚未获得精确的弹性应力解;随后,H. Nisitani^[7]利用体积力方法求解了边缘裂纹问题,初步得到了其精确解;在后续的几十年,边缘裂纹问题得到了长足的发展,如N. Hasebe等^[8]针对薄板弯曲和平面弹性问题,提出了具有边缘斜裂纹的求解方法,并得到了其闭合解,随后又解决了半无限大板的混合边值边缘裂纹问题^[9];M. Okumura等^[10]推导了具有边界约束的边缘裂纹应力强度因子表达式;M. Miwa等^[11]针对外荷载条件下的薄板边缘裂纹问题,提出了一种合理的映射函数和复杂的应力函数,获得了其裂纹应力强度因子表达式。同时,国内学者对此问题也作出了大量的贡献,如苗天德^[12]按照非局部弹性理论求解了半无限平面边缘裂纹问题;吴学仁^[13]采用权函数法求解了无限体中孔边裂纹在任意受载条件下的应力强度因子;陈宜周等^[14]利用有理保角

影像函数方法求解了集中力作用下的倾斜裂纹问题,同时得到了其闭合解;王钟羨等^[15]推导出了求解圆域或含圆孔无限大域中多边缘裂纹问题的奇异积分方程,利用半开型积分法则求解奇异积分方程,得出了位错密度函数的离散值,计算了裂纹尖端处的应力强度因子;同时,王钟羨等^[16]提出了满足半平面边界自由分布位错密度表示的单边裂纹的基本解;童第华等^[17]对比分析了国际断裂力学界较有代表性的Wu-Carlsson、Glinka-Shen和Fett-Munz三种解析形式的权函数法在求解远端均匀加载下的半无限板边缘裂纹问题的精度,得出基于一种参考载荷下的裂纹面张开位移比,基于两种参考载荷下的应力强度因子所得到的权函数具有更高的精度,并给出了利用各种权函数方法计算4种载荷条件下的边缘裂纹应力强度因子表达式,并将断裂力学的边缘裂纹问题应用于工程实际,如解决钢构件焊缝边缘裂纹问题^[18]、加筋板边缘裂纹问题^[19]、橡胶板边缘裂纹问题^[20]等,而其衍生的岩石或岩体的边缘裂纹问题尚未得到解决,也是本文亟待解决的课题。

本文以重庆市万州区太白岩危岩断裂问题为出发点,对危岩及裂隙结构面进行假定,初步建立危岩裂隙的断裂力学模型,着重分析岩腔后退条件下太白岩危岩破坏规律,研究成果可为危岩体突发性破坏机制提供理论支撑。

1 万州太白岩危岩工程概况

重庆市万州区太白岩危岩位于三峡库区腹地,坐落于渝东平行岭谷地貌区,处于铁峰山背斜南翼

万州向斜内,岩层产状近于水平,由侏罗系硬质长石英砂岩和软质泥岩交替成层组合,砂岩与泥岩抗风化能力差异明显。1998~2004年的现场观测表明,砂岩和泥岩的风化速率分别为 $(7.1\sim 8.3)\times 10^{-4}$ cm/d 和 $(1.0\sim 1.6)\times 10^{-2}$ cm/d,相差近 800 倍^[21]。显著的差异风化导致泥岩不断加速脱落,在泥岩岩层内产生岩腔,上部砂岩体失去支撑,形成危岩体。

目前,已查明的太白岩危岩体共 127 个,总体积约 81 186 m³,分布于太白岩的中段、东段以及南坡。其中中段东起警备司令部,西至打靶场,分布在一级、二级陡崖上,陡崖长约 850 m,共有 48 个危岩体,总体积 47 662 m³;东段位于万州军分区至打靶场一带,分布在一级、二级陡崖上,危岩体共 18 个,总体积 923.45 m³;而南坡坐落于三级陡崖上,共查明危岩 61 个,总体积 24 562 m³。2000 年以来,太白岩危岩崩塌灾害不断,如 2004 年 5 月 19 日,危岩 W24 与危岩 W25 发生突发性失稳,体积约 2 000 m³ 的岩体砸毁和期房纪念馆。万州区太白岩危岩已严重威胁坡前 4 万余人、20 余家企事业单位以及沙龙路、诗仙路的交通安全,而已查明的危岩体后缘卸荷拉张裂隙发育,多处危岩体处于极限状态,裂隙继续扩展将导致危岩体失稳。

2 危岩断裂模型及断裂因子求解

2.1 危岩裂隙断裂力学模型

万州太白岩危岩发育于凌空陡崖上,受初始卸荷作用,陡崖后缘形成卸荷裂隙,随着卸荷裂隙的扩宽加深,危岩体发生崩塌失稳。危岩在原岩初始应力状态下,岩体处于自平衡状态,后缘裂隙难以发生扩展破坏。而对于万州太白岩危岩,如图 1 所示,由于研究区域独特的砂-泥岩互



图 1 万州太白岩 3 类典型危岩体

Fig.1 Three types of unstable rocks in Taibaiyan

层地层,泥岩受物理化学风化速度较砂岩快,在危岩底部形成岩腔。随着岩腔的加深,危岩后缘裂隙进一步卸荷,导致裂隙扩展,危岩发生突发性破坏。

2.1.1 基本假定

研究发现^[22],危岩体失稳破坏的根本原因在于危岩体裂隙的扩展贯通,本文引入断裂力学方法对危岩体的贯通破坏进行分析。暂不考虑地震力、裂隙水压力等条件,危岩仅受自重 $W(a_0)$ 作用,如图 2 所示的危岩受荷力学模型,其中 C 点为危岩体重心位置, a_0 为卸荷裂隙长度, α 为卸荷裂隙与水平方向的夹角。为了保证引入断裂力学方法的合理性与适宜性,作如下假定:

(1) 危岩破坏问题满足线弹性断裂力学理论,危岩破坏失稳实际是裂隙尖端的扩展破坏;

(2) 将危岩所受的自重荷载 $W(a_0)$ 考虑为作用于重心位置的集中力;

(3) 由于危岩裂隙宽度远小于危岩体几何宽度,可认为在裂纹垂向方向上为无限远,而沿裂纹方向上,危岩裂纹破坏实际上需要扩展贯通整个岩体,不可能无限扩展,因此,可将裂隙单元模型简化为宽度为 b 的有限宽长板条的边缘裂纹问题,危岩体裂隙简化为长度为 a_0 的边缘裂纹,裂隙长度等于边缘裂纹长度;

(4) 将危岩裂纹三维问题简化为二维平面应变问题。

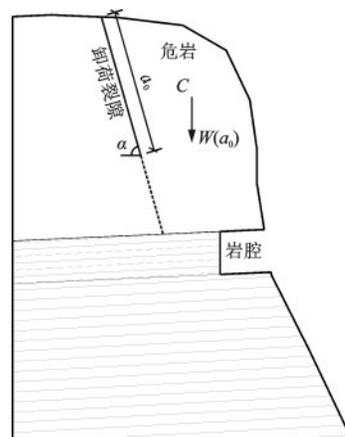


图 2 危岩受荷力学模型

Fig.2 Mechanical model of unstable rock

通过以上基本假定,本文给出了如图 3 所示的危岩裂隙单元断裂力学模型。

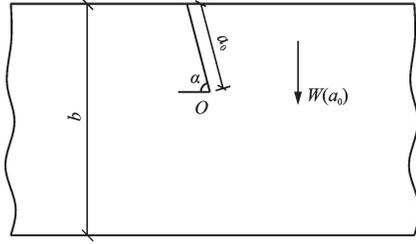


图3 危岩裂纹单元断裂力学模型

Fig.3 Mechanical model of crack fracture for unstable rock

2.1.2 断裂强度因子求解

太白岩危岩为砂岩质岩体,受岩腔后退影响产生卸荷作用,在危岩体后缘形成张拉裂隙。张拉裂隙存在2种情况,一种是裂隙完全张开,裂隙面相互不接触;一种是裂隙面充填泥质或存在非完全贯通裂隙。前者裂隙面没有接触力的作用,而后者裂隙面在危岩变形条件下存在相对位移,有接触力的作用。因此,下面将分别对2种情况进行裂纹断裂强度因子求解。

(1)危岩裂隙完全贯通,裂隙面不接触

在裂隙面不接触条件下,危岩裂隙面之间无力的作用,将重力 $W(a_0)$ 沿裂纹方向和垂直于裂纹方向进行分解,分别为 $W(a_0)_T$ 与 $W(a_0)_N$ 。对于受集中荷载作用的有限宽长板条边缘裂纹问题, I 型裂纹的应力强度因子为^[23]:

$$K_I = F_1 \frac{W(a_0)_N}{\sqrt{\pi a_0}} \quad (1)$$

其中,

$$W(a_0)_N = W(a_0) \cos \alpha \quad (2)$$

$$F_1 = 1.1237 + 68.277 \left(\frac{a_0}{b} \right) - 285.54 \left(\frac{a_0}{b} \right)^2 + 370.58 \left(\frac{a_0}{b} \right)^3 \quad (3)$$

式中, K_I 为 I 型裂纹应力强度因子; F_1 为无量纲系数; $W(a_0)_N$ 为危岩重力 $W(a_0)$ 沿垂直于裂纹面方向的分力; a_0 卸荷裂隙长度,即裂纹长度; b 为板条宽度,即危岩沿裂纹面方向的危岩长度; α 为卸荷裂隙与水平方向的夹角。

II 型裂纹的应力强度因子为^[23]:

$$K_{II} = F_2 \frac{W(a_0)_T}{\sqrt{\pi a_0}} \quad (4)$$

其中,

$$W(a_0)_T = W(a_0) \sin \alpha \quad (5)$$

$$F_2 = [1.3 - 0.65 \left(\frac{a_0}{b} \right) + 0.37 \left(\frac{a_0}{b} \right)^2 + 0.28 \left(\frac{a_0}{b} \right)^3] \sqrt{1 - \frac{a_0}{b}} \quad (6)$$

式中, K_{II} 为 II 型裂纹应力强度因子; F_2 为无量纲系数; $W(a_0)_T$ 为危岩重力 $W(a_0)$ 沿裂纹面方向的分力; 其他物理意义同上。

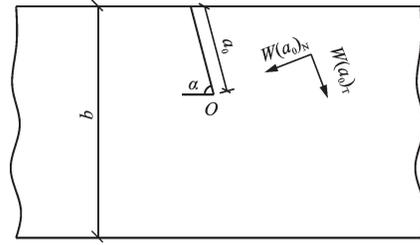


图4 裂隙面无接触条件下裂纹应力强度因子求解模型

Fig.4 Solution model of stress intensity factor for crack without contact

(2)危岩裂隙充填或断续贯通,裂隙面接触

在裂隙面接触条件下,需要考虑裂纹面力对裂纹尖端的作用,因此,将危岩重力 $W(a_0)$ 等效裂纹面上的分力 $W(a_0)_T$ 与 $W(a_0)_N$ 以及作用于裂纹面上的弯矩 M , 受力模型如图 5 所示。由于 $W(a_0)_T$ 与 $W(a_0)_N$ 为集中荷载,不能真实反映裂纹面应力的分布情况,而裂纹面的应力分布将直接影响力强度因子的大小,因此,可将对裂纹面上的应力假定为非均匀分布。设裂纹方向为 z 轴,垂直于裂纹方向为 x 轴,设立平面坐标系,对于分解至垂直于裂纹方向的荷载 $W(a_0)_N$,假定非均匀拉(压)应力分布为 $\sigma(z)$,满足如下的多项式:

$$\sigma(z) = \sum_{n=0}^N S_n \left(\frac{z}{b} \right)^n \quad (7)$$

式中, N 为多项式项数; S_n 为待定系数; 其他物理意义同上。

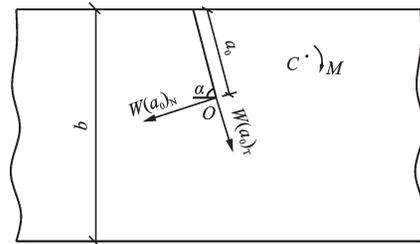


图5 裂隙面接触条件下裂纹应力强度因子求解模型

Fig.5 Solution model of stress intensity factor for crack with contact

对于分解至裂纹方向的荷载 $W(a_0)_T$, 假定非均匀剪应力分布为 $\tau(z)$, 满足如下的多项式:

$$\tau(z) = \sum_{n=0}^N T_n \left(\frac{z}{b} \right)^n \quad (8)$$

式中, T_n 为待定系数; 其他物理意义同上。

因此, 本文将危岩受自重荷载下的断裂力学模型等效为了受非均匀压(拉)应力 $\sigma(z)$ 、剪应力 $\tau(z)$ 以及弯矩 M 共同作用的裂纹断裂扩展断裂力学模型, 如图 6 所示。

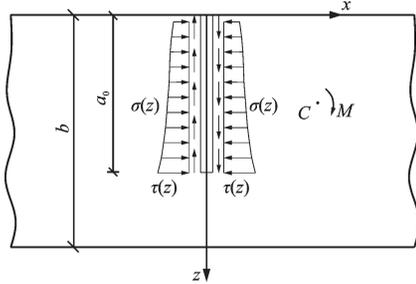


图 6 危岩裂纹单元断裂力学等效模型

Fig.6 Mechanical equivalent model of crack fracture for unstable rock

从图 6 中可知, 危岩裂纹受拉(压)、剪以及弯矩复合作用, 根据线弹性断裂力学叠加原理, 可对裂纹受拉(压)、受剪以及受弯条件下的应力强度因子进行分别求解。

对于拉(压)条件下的裂纹, 应力强度因子的一般表达式为^[24]:

$$K_{I0} = F_3 \int_0^a \sigma(z) dz \sqrt{\pi a_0} \quad (9)$$

采用断裂力学的权函数法求解此裂纹问题, 则式(9)中无量纲系数 F_3 可由下式确定^[25],

$$F_3 = \int_0^{a_0} \frac{m(\beta, z)}{\sqrt{\pi a_0}} dz \quad (10)$$

式中, K_{I0} 为拉(压)应力引起的 I 型裂纹应力强度因子; $\sigma(z)$ 为裂纹面所受非均匀拉(压)应力分布; β 为无量纲裂纹长度, $\beta = z/b$; $m(\beta, z)$ 为权函数; F_3 为无量纲系数。

对于式(10)中的权函数 $m(\beta, z)$, 文献[26]给出了详细解答, 在这里不再赘述, 权函数 $m(\beta, z)$ 为:

$$m(\beta, z) = \frac{z^n (n+1) \sqrt{\pi a_0}}{b^n} \quad (11)$$

将式(7)与(11)带入式(10)可获得无量纲系数 F_3 :

$$F_3 = \int_0^{a_0} \frac{(n+1) z^n}{b^n} dz \quad (12)$$

将式(12)带入式(9)并整理可得到拉(压)条件下的裂纹应力强度因子 K_I 为:

$$K_{I0} = \sum_{n=0}^N \frac{(n+1) S_n a_0^{2n+1}}{(2n+1) b^{2n}} \sqrt{\pi a_0} \quad (13)$$

对于受弯条件下的边缘裂纹问题, 如图 6 所示, 裂纹尖端的应力强度因子满足式^[23]:

$$K_{II} = F_4 \sigma_M \sqrt{\pi a_0} \quad (14)$$

其中,

$$\sigma_M = \frac{6M}{b^2} \quad (15)$$

$$F_4 = 1.122 - 1.4 \left(\frac{a_0}{b}\right) + 7.33 \left(\frac{a_0}{b}\right)^2 -$$

$$13.08 \left(\frac{a_0}{b}\right)^3 + 1.40 \left(\frac{a_0}{b}\right)^4 \quad (16)$$

式中, K_{II} 为弯矩引起的 I 型裂纹应力强度因子; σ_M 为弯矩产生的最大应力; M 为裂纹面承受的弯矩; F_4 为无量纲系数。

根据线弹性断裂力学的叠加原理, 对于含接触裂隙面的危岩 I 型裂纹应力强度因子为:

$$K_I = K_{I0} + K_{II} \quad (17)$$

将式(13)与式(14)代入式(17)得到 K_I 为:

$$K_I = \sum_{n=0}^N \frac{(n+1) S_n a_0^{2n+1}}{(2n+1) b^{2n}} \sqrt{\pi a_0} + F_4 \sigma_M \sqrt{\pi a_0} \quad (18)$$

对于剪应力条件下的裂纹问题, 如图 6 所示, 裂纹尖端的应力强度因子 K_{II} 满足式^[27]:

$$K_{II} = \sqrt{\pi a_0} f_0(\lambda) \int_0^{a_0} \tau(z) dz \quad (19)$$

其中,

$$f_0(\lambda) = (1.122 - 0.561\lambda + 0.085\lambda^2 + 0.18\lambda^3) \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} \quad (20)$$

$$\lambda = \frac{a_0}{b} \quad (21)$$

将式(8)带入式(19)可得到裂纹面受非均匀剪应力条件下裂纹尖端应力强度因子 K_{II} :

$$K_{II} = \sqrt{\pi a_0} f_0(\lambda) \sum_{n=0}^N T_n \frac{a_0^{n+1}}{(n+1) b^n} \quad (22)$$

2.2 卸荷结构面裂纹应力确定方法

由式(1)和式(4)可知, 对于无接触的卸荷结构面, 其裂纹应力强度因子可通过自重荷载进行求解, 而对于含接触的卸荷结构面, 面上存在应力, 需对式(7)与式(8)非均匀正应力分布 $\sigma(z)$ 与剪应力分布 $\tau(z)$ 进行求解。目前, 常用的结构面应力计算方法是弹性力学解法与数值模拟方法, 弹性力学解法因受

危岩复杂的几何尺寸和边界条件所限制,求解十分困难,因此,本文选择数值模拟方法对结构面上的非均布正应力与剪应力进行求解。以万州区太白岩危岩 W10 为例,对图 1(c)的危岩 W10 进行几何简化,如图 7 所示,简化模型上部为砂岩体,中间为泥岩夹层,下部为砂岩体,共 3 组结构面,一组结构面位于上部砂岩体内,为卸荷裂隙结构面,长度为 $a_0=11\text{ m}$,其余两组为平行结构面,为砂-泥岩分界面。

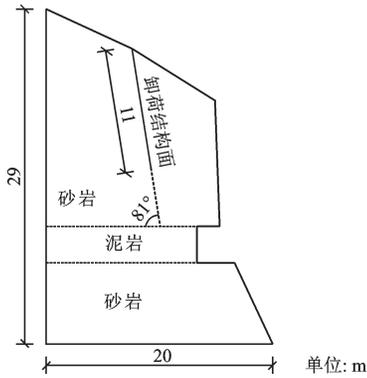


图 7 万州区太白岩危岩 W10 简化模型示意

Fig.7 Sketch map of the simplified model of unstable rock W10 in Taibaiyan, Wanzhou District

2.2.1 网格划分

采用 FLAC-3D 方法对危岩 W10 的简化模型 (图 7) 进行网格划分,划分结果如图 8 所示。危岩体 W10 中砂岩与泥岩均采用实体单元,卸荷结构面与砂-泥岩分界面采用分界面单元。

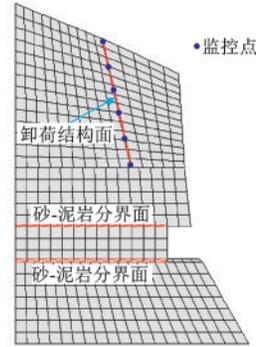


图 8 危岩 W10 网格划分

Fig.8 Mesh generation map of unstable rock W10

2.2.2 本构模型及力学参数

危岩 W10 内的实体单元与分界面单元均采用摩尔-库伦模型,模型相关参数见表 1。

表 1 危岩 W10 模型相关参数

Table 1 Relative parameters of unstable rock W10 model

参数	体积模量/ MPa	剪切模量/ MPa	抗拉强度/ MPa	内摩擦角/ (°)	黏聚力/ MPa	法向刚度系数/ (MPa·cm ⁻¹)	切向刚度系数/ (MPa·cm ⁻¹)
砂岩	6 900.0	2 300.0	2.19	41.72	4.38	—	—
泥岩	5 100.0	1 700.0	1.13	36.46	2.49	—	—
卸荷结构面	—	—	0.01	15.00	0.02	46.80	2.38
砂-泥岩分界面	—	—	0.02	20.00	0.03	33.79	1.71

2.2.3 求解及监控

为了考察岩腔后退对危岩体断裂响应,对于危岩体 W10,分别设置岩腔深度 3(初始深度)、4、5、6、7、8、9、10 m 进行求解,并在卸荷结构面方向上从上至下每隔 0.5 m 设置监控点对正应力与剪应力进行监控,监控点共计 6 个,如图 8 所示。

2.2.4 应力分布拟合

以危岩体裂纹边缘点为坐标轴中心 O , z/b 为横坐标,正应力 $\sigma(z)$ 与剪应力 $\tau(z)$ 为纵坐标,采用公式 (7) 与公式 (8) 分别对正应力分布 $\sigma(z)$ 与剪应力分布 $\tau(z)$ 进行拟合,得出不同岩腔深度条件下正应力分布 $\sigma(z)$ 拟合曲线 (图 9) 与剪应力分布 $\tau(z)$ 拟合曲线 (图 10)。拟合得出的函数方程与待定系数详见表 2。

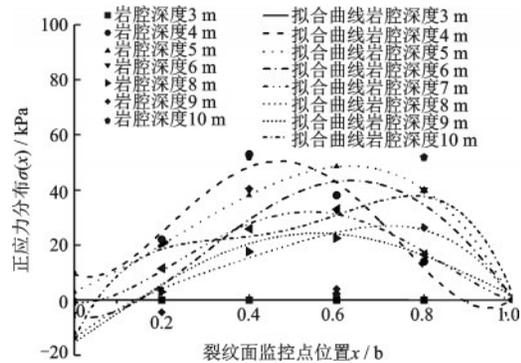


图 9 不同岩腔深度下裂纹面正应力分布 $\sigma(z)$ 拟合曲线

Fig.9 Fitted curve of normal stress $\sigma(z)$ at crack fissure with different rock-cell depths

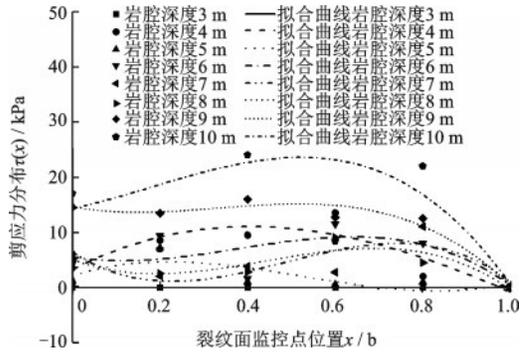


图10 不同岩腔深度下裂纹面剪应力分布 $\tau(z)$ 拟合曲线
Fig.10 Fitted curve of shear stress $\tau(z)$ at crack fissure with different rock-cell depths

从图9~10以及表2可以看出,正应力分布与剪应力分布均满足3次抛物线型,多项式项数 $n=3$,拟合度均达到96%以上,满足精度要求。

2.3 危岩断裂破坏判据与方向

如图6所示,危岩裂隙单元断裂力学模型为一个拉剪或压剪复合型断裂模型,为了判定危岩是否断裂失稳,则应先给出复合裂纹判据。目前常用的复合裂纹判据有最大周向应力准则、能量释放率准则以及应变能密度因子准则,虽然前几种复合断裂准则有各自的物理意义与适用条件,但是应用于工

程仍存在问题。由于受裂纹检测技术水平的限制,目前还不能对裂纹的性质、尺寸、形状和方位做出准确的判断。并且,某些情况下理论与实践结果尚存在一定差距。因此,学者们通过实验,总结归纳了适于工程应用的近似断裂判据。对于I-II型复合裂纹问题,图11给出了计算获得的I-II型复合裂纹在临界状态时 K_I 与 K_{II} 的相互影响关系曲线^[28-29],并将实验数据绘制于图上,由于数据分散,很难判定哪一个判据更符合实际。作为工程近似计算,可取试验数据的下限,即虚线表示的直线。因此,I-II型复合裂纹的断裂判据表示如下^[28]:

$$\frac{K_I}{K_{Ic}} + \frac{K_{II}}{K_{IIc}} = 1 \quad (23)$$

式中, K_{Ic} 为危岩I型裂纹断裂韧度 ($\text{kPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$), K_{IIc} 为危岩II型裂纹断裂韧度 ($\text{kPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$), 可通过危岩完整岩体的断裂力学实验确定;其他物理意义同上。

I-II型复合裂纹的扩展方向可通过最大周向应力准则近似^[28]计算,满足式:

$$\theta_0 = \pm \arccos \frac{3K_{II}^2 + \sqrt{K_I^4 + 8K_I^2 K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \quad (24)$$

式中, θ_0 为危岩复合断裂扩展角;其他物理意义同上。

表2 不同岩腔深度下裂纹面正应力分布 $\sigma(z)$ 与剪应力分布 $\tau(z)$ 及待定系数

Table 2 Normal stress $\sigma(z)$ distribution and shear stress $\tau(z)$ distribution at crack fissure with different rock-cell depths and undetermined coefficients

岩腔深度/m	正应力分布 $\sigma(z)/\text{kPa}$	待定系数 T_n	剪应力分布 $\tau(z)/\text{kPa}$	待定系数 S_n
3	$\sigma(z)=71z^3-112z^2+75z-7$	$n=3, T_1=71, T_2=-112, T_3=75, T_4=-7$	$\tau(z)=39z^3-20z^2-11z+6$	$n=3, S_1=39, S_2=-20, S_3=-11, S_4=6$
4	$\sigma(z)=153z^3-241z^2+149z-14$	$n=3, T_1=153, T_2=-241, T_3=149, T_4=-14$	$\tau(z)=-111z^3+194z^2-65z+8$	$n=3, S_1=-111, S_2=194, S_3=-65, S_4=8$
5	$\sigma(z)=9z^3-67z^2+109z-23$	$n=3, T_1=9, T_2=-67, T_3=109, T_4=-23$	$\tau(z)=42z^3+96z^2-57z+16$	$n=3, S_1=-42, S_2=96, S_3=-57, S_4=16$
6	$\sigma(z)=-56z^3-57z^2+169z-35$	$n=3, T_1=-56, T_2=-57, T_3=169, T_4=-35$	$\tau(z)=8z^3+73z^2-74z+19$	$n=3, S_1=8, S_2=73, S_3=-74, S_4=19$
7	$\sigma(z)=47z^3-204z^2+196z-28$	$n=3, T_1=47, T_2=-204, T_3=196, T_4=-28$	$\tau(z)=-490z^3+820z^2-291z+28$	$n=3, S_1=-490, S_2=820, S_3=-291, S_4=28$
8	$\sigma(z)=388z^3-656z^2+308z-31$	$n=3, T_1=388, T_2=-656, T_3=308, T_4=-31$	$\tau(z)=32z^3-30z^2-7z+11$	$n=3, S_1=32, S_2=-30, S_3=-7, S_4=11$
9	$\sigma(z)=405z^3-697z^2+320z-31$	$n=3, T_1=405, T_2=-697, T_3=320, T_4=-31$	$\tau(z)=-296z^3+446z^2-151z+23$	$n=3, S_1=-296, S_2=446, S_3=-151, S_4=23$
10	$\sigma(z)=-528z^3+652z^2-74z-36$	$n=3, T_1=-528, T_2=652, T_3=-74, T_4=-36$	$\tau(z)=-229z^3+419z^2-200z+34$	$n=3, S_1=-229, S_2=419, S_3=-200, S_4=34$

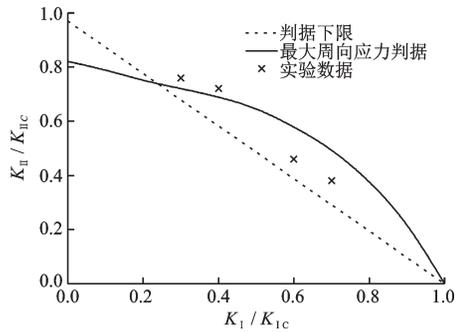


图 11 I-II 型复合裂纹最大周向应力判据与实验结果^[28]
 Fig.11 Maximum circumferential stress criterion for I-II cracks and the test results

3 结果与讨论

针对万州区太白岩危岩 W10 断裂破坏问题,采用数值模拟方法获得危岩 W10 在不同岩腔深度条件下的结构面正应力与剪应力分布,将正应力分布、剪应力分布分别带入式(7)、式(8)、式(17)以及式(22),求解分析不同岩腔深度条件下危岩 W10 裂纹 I 型断裂强度因子、II 型断裂强度因子、联合断裂强度因子以及裂纹扩展角。

3.1 I 型裂纹断裂应力强度因子分析

将通过数值模拟方法获得的不同岩腔深度下的危岩 W10 结构面正应力分布带入式(17),可获得图 12 应力强度因子 K_I 随岩腔深度变化曲线。图 12 可以发现, I 型裂纹断裂强度因子随岩腔深度的增大表现出先增加后降低再增大的趋势;当岩腔深度为 3 m (初始岩腔深度) 时,应力强度因子为 $0.476 \text{ MPa}\cdot\sqrt{m}$,危岩 I 型裂纹的断裂韧度为 $0.490 \text{ MPa}\cdot\sqrt{m}$,表明危岩岩腔深度 3 m 时,危岩未发生断裂破坏;随着岩腔深度的增加,危岩底部泥岩风化脱落,

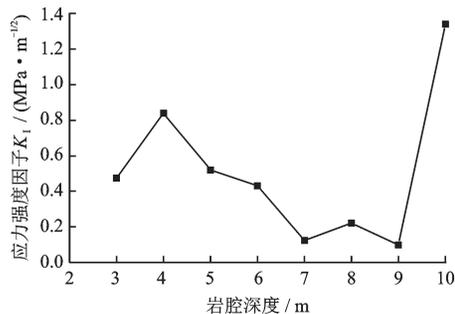


图 12 应力强度因子 K_I 随岩腔深度变化曲线
 Fig.12 Variations of stress intensity factor K_I with rock-cell depth

上部危岩失去支撑,危岩结构面尖端力学效应增强,具有扩展趋势,应力强度因子不断增大,当岩腔深度达到 4 m 时,应力强度因子达到顶点,为 $0.841 \text{ MPa}\cdot\sqrt{m}$,而此时岩腔临空面位置对应于裂纹扩展方向的正下方;随着岩腔深度的进一步增加,岩腔临空面位置越过裂纹扩展方向的正下方位置,此后岩腔深度的增加不再直接影响上部危岩体,而危岩体由于正应力的不断调整与释放,裂纹面上的正应力不断降低,造成应力强度因子随岩腔深度的增加而降低,逐渐减小到低值,为 $0.10 \text{ MPa}\cdot\sqrt{m}$,对应岩腔深度为 9 m;随着岩腔深度大于 9 m,裂纹应力强度因子降低现象并未持续,而是再次突然增加,表明岩腔的进一步加深影响了危岩后部的岩体,造成后部岩体拉应力集中,向危岩体作用,导致裂纹应力强度因子持续增加。

3.2 II 型裂纹断裂应力强度因子分析

将通过数值模拟方法获得的不同岩腔深度下的危岩 W10 结构面剪应力分布带入式(22),可获得图 13 应力强度因子 K_{II} 随岩腔深度变化曲线。由图 13 可知,岩腔深度 3~4 m 时,II 型裂纹断裂强度因子随岩腔深度缓慢增加;岩腔深度 4~5 m 时,II 型裂纹断裂强度因子随岩腔深度缓慢降低;岩腔深度 5~7 m 时,II 型裂纹断裂应力强度因子随岩腔深度迅速增加;岩腔深度 7~10 m 时,II 型裂纹断裂应力强度因子随岩腔深度增加不断降低。

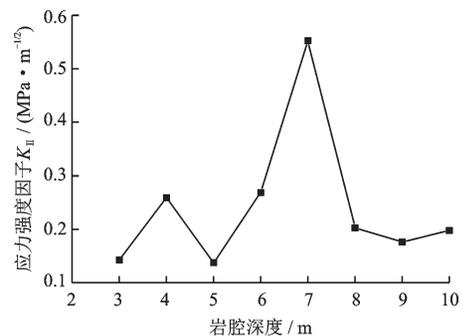


图 13 应力强度因子 K_{II} 随岩腔深度变化曲线
 Fig.13 Variations of stress intensity factor K_{II} with rock-cell depth

显然,这与正应力作用下的 I 型裂纹断裂强度因子变化规律不同,主要原因在于裂纹结构面角度。对于危岩 W10,裂纹结构面角度达到 81° ,岩腔深度的增加,危岩具有坠落的趋势,裂纹主要处于受拉状态,自然 I 型裂纹断裂强度因子较 II 型裂纹断裂应

力强度因子大, I 型裂纹断裂强度因子大约为 II 型裂纹断裂应力强度因子的 4 倍, 表明岩腔深度 3~5 m 时, 危岩裂纹处于拉应力集中状态; 而对于岩腔深度 5~9 m, I 型裂纹断裂强度因子降低, 而 II 型裂纹断裂应力强度因子增加, 表明危岩裂纹此时处于拉剪应力集中状态; 随着岩腔深度的进一步增加, I 型裂纹断裂强度因子增大, II 型裂纹断裂应力强度因子降低, 此时危岩裂纹处于拉应力集中状态。

3.3 裂纹联合应力强度因子及扩展角分析

通过式(23)与式(24)可获得危岩 W10 的裂纹联合应力强度因子及扩展角随岩腔的深度变化规律(图 14~15)。从图 14 变化曲线可知, 危岩 W10 裂纹联合应力强度因子具有与 I 型裂纹应力强度因子相同的规律, 即联合应力强度因子随着岩腔深度的增加表现为先增大后减小再增大的趋势; 前述分析得出, 岩腔 3~4 m 时, 裂纹处于拉应力集中状态, 剪应力值较小, 因此联合应力强度因子表现为随岩腔深度增大的趋势, 对于危岩 W10, 裂纹的断裂韧度是 $0.490 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$, 对应于岩腔深度 3.8 m, 表明当岩腔泥岩风化至 3.8 m 时, 危岩体既发生突发性拉剪断裂破坏; 在整个岩腔后退过程中, 从联合应力强度因子曲线可以发现, 岩腔深度 3~6 m 范围内, 裂纹处于拉剪应力状态, 岩腔深度 6~9 m 范围内, 裂纹处于压剪应力状态, 而 9~10 m 范围内, 危岩裂纹又转为拉剪应力状态。

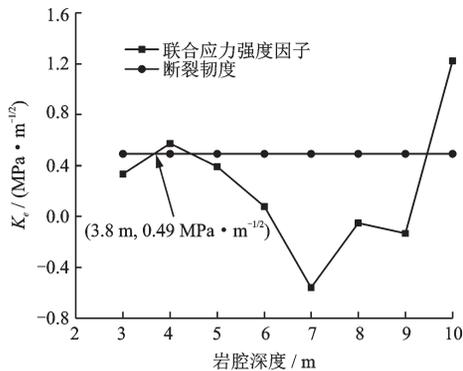


图 14 联合应力强度因子 K_I 随岩腔深度变化曲线

Fig.14 Variations of unite stress intensity factor K_I with rock-cell depth

图 15 给出了危岩 W10 裂纹扩展角随岩腔深度变化曲线, 从中可以发现, 当岩腔 3~5 m 时, 裂纹扩展角随岩腔深度基本无变化; 当岩腔 5~10 m 时, 裂纹扩展角随岩腔深度增加整体先增加后减小; 同

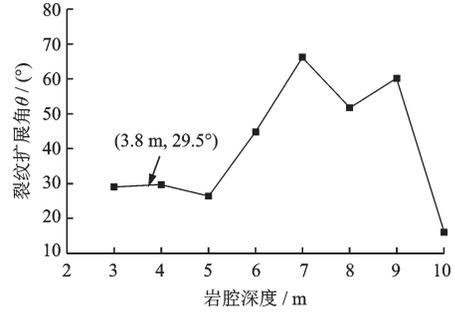


图 15 裂纹扩展角 θ 随岩腔深度变化曲线

Fig.15 Variations of extension angle θ with rock-cell depth

时, 当岩腔深度为 3.8 m 时, 危岩裂纹扩展失稳, 此时的扩展角为 29.5° 。

4 结 论

采用建立的危岩裂纹断裂力学模型及结构面应力确定方法, 通过对重庆市万州区太白岩危岩 W10 进行了断裂破坏分析, 初步得到如下结论:

(1) 危岩崩塌失稳受控于后缘的卸荷裂隙, 其机制为断裂贯通破坏。

(2) 对于危岩 W10, 裂纹联合应力强度因子随岩腔深度的增大表现出先增加后降低再增大的趋势, I 型裂纹断裂应力强度因子具有与联合应力强度因子相同的变化特征; 岩腔深度 3~6 m 以及 9~10 m 范围内, 危岩裂纹主要为拉应力集中状态; 岩腔深度 6~9 m 时, 危岩裂纹处于拉剪应力状态。

(3) 当岩腔深度为 3.8 m 时, 危岩 W10 发生拉剪断裂破坏, 断裂扩展角为 29.5° 。

参考文献:

- [1] 陈洪凯, 鲜学福, 唐红梅. 危岩稳定性断裂力学计算方法[J]. 重庆大学学报, 2009, 32(4):434-437.
Chen H K, Xian X F, Tang H M. Stability analysis method for perilous rock by fracture mechanics[J]. Journal of Chongqing University, 2009, 32(4):434-437.(in Chinese)
- [2] 周云涛. 三峡库区危岩稳定性断裂力学计算方法[J]. 岩土力学, 2016, 37(增1):495-499.
Zhou Y T. A method for calculating the stability of unstable rocks on Three Gorges Reservoir by fracture mechanics [J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37 (Sup1):495-499. (in Chinese)
- [3] 王林峰, 陈洪凯, 唐红梅. 基于断裂力学与最优化理

- 论的危岩稳定可靠性时效计算方法[J]. 武汉理工大学学报, 2013, 35(4):68-72.
- Wang L F, Chen H K, Tang H M. The aging calculate method for perilous rock stability reliability based on fracture mechanics and optimization method[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2013, 35(4):68-72. (in Chinese)
- [4] 唐红梅, 闫凝, 周福川, 等. 三峡库区公路陡高边坡拉裂-滑塌型危岩破坏机制分析[J]. 重庆师范大学学报: 自然科学版, 2021, 38(2):38-47.
- Tang H M, Yan N, Zhou F C, et al. Analysis on the failure mechanism of tensile fracture-sliding of unstable rock with steep slope in the three gorges reservoir area [J]. Journal of Chongqing Normal University: Natural Science, 2021, 38(2):38-47. (in Chinese)
- [5] 唐红梅, 周福川, 陈松, 等. 高烈度下双裂缝主控结构面危岩的断裂破坏机制分析[J]. 应用数学和力学, 2021, 42(6):645-655.
- Tang H M, Zhou F C, Chen S, et al. Fracture mechanism of unstable rock with double-crack control discontinuity subjected to high earthquake intensities [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2021, 42(6):645-655. (in Chinese)
- [6] Hartranft R J, Sih G C. Alternating method applied to edge and surface crack problems [J]. Springer Netherlands, 1973, 1:179-238.
- [7] Nisitani H. Stress intensity factor for the tension of a semi-infinite plate having an oblique or a bent edge crack [J]. The Japan Society of Mechanical Engineers, 1975, 41(344):1103-1110.
- [8] Hasebe N, Inohara S. Stress analysis of a semi-infinite plate with an oblique edge crack [J]. Archive of Applied Mechanics, 1980, 49(1):51-62.
- [9] Hasebe N. An edge crack in a semi-infinite plate welded to rigid stiffener [J]. Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers, 1981, 314:149-157.
- [10] Okumura M, Hasebe N, Nakamura T. A crack and a debonding at an end of a simple support in plane elasticity [J]. Acta Mechanica, 1988, 74(1):139-153.
- [11] Miwa M, Hasebe N, Nakashima M, et al. Branching problem of crack and debonding at an end of stiffened boundary for thin plate bending [J]. Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers, 1995, 525:27-38.
- [12] 苗天德. 非局部弹性场的边缘裂纹问题[J]. 兰州大学学报(自科版), 1983(增2):105-117.
- Miao T D. Edge crack in a half plane of nonlocal elasticity [J]. Journal of Lanzhou University (Natural Sciences), 1983(Sup2):105-117. (in Chinese)
- [13] 吴学仁. 有限板孔边裂纹的权函数解法[J]. 航空学报, 1989, 10(12):645-648.
- Wu X R. Weight function analysis for cracks at a hole in a finite plate [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1989, 10(12):645-648. (in Chinese)
- [14] 陈宜周, 长谷部宣男. 集中力作用下的半平面边缘裂纹问题 [J]. 应用数学和力学, 2001, 22(11):1153-1162.
- Chen Y Z, Norio H. An edge crack problem in a semi-infinite plane subjected to concentrated forces [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2001, 22(11):1153-1162. (in Chinese)
- [15] 王钟羨, 张蕾. 反平面弹性圆形域边缘裂纹奇异积分方程方法 [J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2006, 27(3):266-269.
- Wang Z X, Zhang L. Singular integral equation approach for edge crack problems of circular region in anti-plane elasticity [J]. Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition), 2006, 27(3):266-269. (in Chinese)
- [16] 王钟羨, 陈宜周, 李福林. 半平面多边缘裂纹反平面问题的奇异积分方程 [J]. 力学与实践, 2006, 28(6):33-36.
- Wang Z X, Chen Y Z, Li F L. Singular integral equation approach for half-plane antiplane multiple-edge crack problems [J]. Mechanics in Engineering, 2006, 28(6):33-36. (in Chinese)
- [17] 童第华, 吴学仁, 胡本润, 等. 半无限板边缘裂纹的权函数解法与评价 [J]. 力学学报, 2017, 49(4):848-857.
- Tong D H, Wu X R, Hu B R, et al. Weight function methods and assessment for an edge crack in a semi-infinite plate [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, 49(4):848-857. (in Chinese)
- [18] 马康民. 30CrMnSiNi2A 钢构件焊缝边缘裂纹研究 [J]. 材料工程, 1998, 10:43-46.
- Ma K M. A study of cracks occurred at welding edge of 30CrMnSiNi2A steel structure [J]. Journal of Materials Engineering, 1998, 10:43-46. (in Chinese)
- [19] 黄维扬, 严国林. 含边缘裂纹半无限大加筋板的应力强度因子 [J]. 航空学报, 1993, 14(3):127-133.
- Huang W Y, Yan G L. The stress intensity factors for edge cracks in stiffened plates [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1993, 14(3):127-133. (in Chinese)
- [20] 杨晓翔, 王秀荣, 刘晓颖. 带边缘斜裂纹橡胶板的裂

- 纹扩展研究[J]. 力学与实践, 2010, 32(2):55-59.
- Yang X X, Wang X R, Liu X Y. Crack propagation in the rubber sheet with oblique edge crack under uniaxial tension [J]. Mechanics in Engineering, 2010, 32(2): 55-59.(in Chinese)
- [21] Chen H K, Tang H M, Ye S Q. Damage model of control fissure in perilous rock [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, 27(3):967-974.
- [22] 陈洪凯, 唐红梅, 王林峰. 危岩崩塌演化理论及应用 [M]. 北京: 科学出版社. 2009.
- Chen H K, Tang H M, Wang L F. Theory and application of collapse evolution of unstable rock [M]. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese)
- [23] 中国航空研究院. 应力强度因子手册 [M]. 北京: 科学出版社, 1981.
- China Aviation Academy. Manual of stress intensity factor [M]. Beijing: Science Press, 1981. (in Chinese)
- [24] Wu Z R, Carlsson J. The generalised weight function method for crack problems with mixed boundary conditions [J]. Journal of the Mechanics & Physics of Solids, 1983, 31(6):485-497.
- [25] Bueckner H F. A novel principle for the computation of stress intensity factors [J]. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 1970, 50(1):529-546.
- [26] Petroski H J, Glazik J L, Achenbach J D. Construction of a dynamic weight function from a finite-element solution for a cracked beam [J]. Journal of Applied Mechanics, 1980, 47(1):51-56.
- [27] Cheng W, Finnie I. Measurement of residual stress distributions near the toe of an attachment welded on a plate using the crack compliance method [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1993, 46(1):79-91.
- [28] 李庆芬. 断裂力学及其工程应用 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1998:55-56.
- Li Q F. Fracture mechanics and its engineering application [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 1998:55-56. (in Chinese)
- [29] 王自强, 陈少华. 高等断裂力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- Wang Z Q, Cheng S H. Advanced fracture mechanics [M]. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese)

(本文编辑:周小潭)